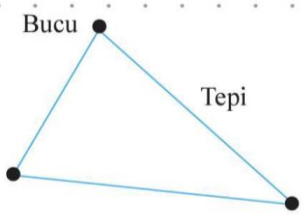
Bab 5 : Rangkaian Dalam Teori Graf

rraezzz

5.1 Rangkaian

- Graf ditafsirkan sebagai suatu siri bintik sama ada berkait atau tidak antara satu sama lain melalui garis.
- Bintik dikenali sebagai bucu dan garis yang mengaitkan dua bucu ialah tepi.



Tatatanda Graf

Tatatanda graf merupakan set pasangan tertib iaitu $G = (V, E)$ dengan keadaan;

- V ialah set bintik atau bucu.
  $V = \{v_1, v_2, v_3, \ldots v_n\}$
- E ialah set tepi atau garis yang menghubungkan sepasang bucu.
  $E = \{e_1, e_2, e_3, \ldots e_n\}$
  $E = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2), \ldots (a_n, b_n)\}$; a dan b ialah pasangan bucu.

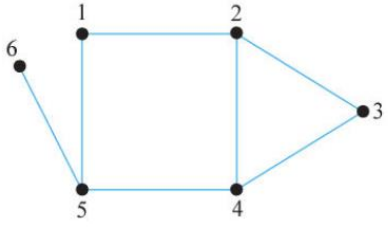
Darjah, ***d*** ialah bilangan tepi yang mengaitkan dua bucu. Bilangan darjah suatu graf ialah dua kali bilangan tepi, iaitu;

$$\Sigma d(v) = 2E;\ v \in V$$

Contoh 1

Berdasarkan graf mudah di sebelah, tentukan

(a) V dan $n(V)$
(b) E dan $n(E)$
(c) bilangan darjah.



Penyelesaian:

(a) $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ← Set bucu
$n(V) = 6$ ← Bilangan bucu

(b) $E = \{(1, 2), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$ ← Set pasangan bucu
$n(E) = 7$ ← Bilangan tepi

(c) Bilangan darjah
$\Sigma d(v) = 2(E)$
$= 2(7)$
$= 14$

Bilangan darjah: $d(1) = 2$
$d(2) = 3$
$d(3) = 2$
$d(4) = 3$
$d(5) = 3$
$d(6) = 1$
Jumlah = 14

Darjah bucu 1 ialah dua iaitu tepi yang mengaitkan bucu 1 dengan bucu 2 dan bucu 1 dengan bucu 5

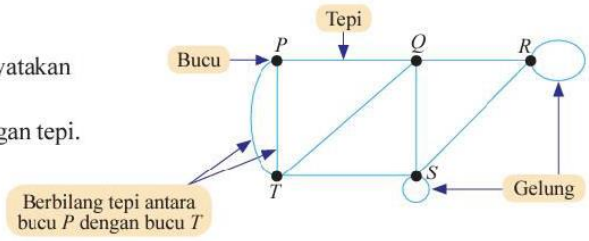
ZON INFORMASI

Tepi untuk pasangan bucu (1, 2) adalah sama dengan pasangan bucu (2, 1).

Berbilang Tepi Dan Gelung Pada Graf

Berbilang tepi

- Melibatkan dua bucu.
- Kaitan antara dua bucu tersebut dinyatakan melalui lebih daripada satu tepi.
- Bilangan darjah ialah dua kali bilangan tepi.



Gelung

- Melibatkan satu bucu.
- Tepi berbentuk lengkung atau bulatan yang berbalik kepada bucu asal.
- Bilangan darjah setiap gelung ialah dua.

Katakan, graf di sebelah ditulis dalam bentuk set pasangan tertib, $G(V, E)$, maka,

$V = \{A, B, C, D\}$

$E = \{(A, B), (A, B), (B, C), (B, C), (C, D), (B, D), (A, D), (D, D)\}$

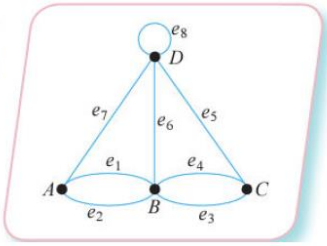
Berbilang tepi: $(A, B), (A, B), (B, C), (B, C)$

Gelung: (D, D)

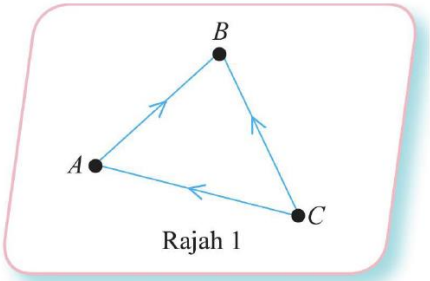
$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$

Tepi AB yang kedua: e_1, e_2

Tepi AB yang pertama: e_3, e_4



Graf Terarah



Rajah 1

Rajah 1 menunjukkan suatu graf mudah dan terarah.

Mengikut arah anak panah yang ditandakan, didapati bahawa,

(a) bagi tepi AB, bucu A ialah bucu awal dan bucu B ialah bucu akhir.

(b) bagi tepi BC, bucu C ialah bucu awal dan bucu B ialah bucu akhir.

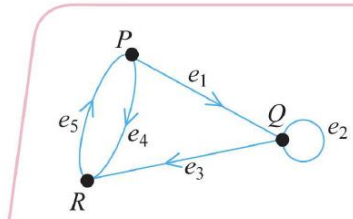
(c) semua bucu dikaitkan dengan satu arah sahaja.

Rajah 2 menunjukkan graf terarah yang mempunyai gelung dan berbilang tepi. Mengikut arah anak panah yang ditandakan, didapati bahawa,

(a) e4 = (P, R); P ialah bucu awal dan R ialah bucu akhir.

(b) e5 = (R, P); R ialah bucu awal dan P ialah bucu akhir.

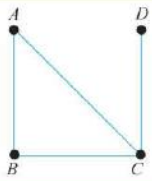
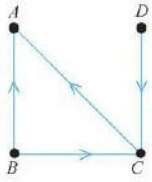
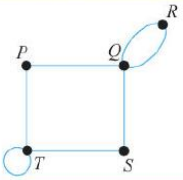
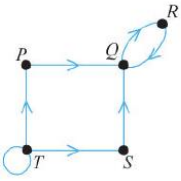
(c) e2 = (Q, Q); Q ialah bucu awal dan bucu akhir kerana e2 merupakan sebuah gelung.



Rajah 2

rraezzz

Beza antara graf terarah dan graf tak terarah

Jenis Graf	Graf	Set V dan Set E	Darjah
Graf mudah	Graf tak terarah 	$V = \{A, B, C, D\}$ $E = \{(A, B), (A, C), (B, C), (C, D)\}$ Penulisan kedudukan pasangan bucu adalah bebas. Kedua-dua pasangan bucu (A, B) atau (B, A) boleh mewakili tepi AB.	$d(A) = 2, d(B) = 2,$ $d(C) = 3, d(D) = 1$ $\Sigma d(V) = 8$
	Graf terarah 	$V = \{A, B, C, D\}$ $E = \{(B, A), (C, A), (B, C), (D, C)\}$ Penulisan kedudukan pasangan bucu adalah mengikut arah pada tepi. (B, A) dan (A, B) ialah set pasangan bucu yang mewakili tepi yang berlainan.	$d_{in}(A) = 2$ dan $d_{out}(A) = 0$ Maka, $d(A) = 2 + 0$ $d(A) = 2$ $d_{in}(A)$ bermaksud bilangan darjah bagi tepi yang masuk ke bucu A. $d_{out}(A)$ bermaksud bilangan darjah bagi tepi yang keluar dari bucu A. $d_{in}(B) = 0, d_{out}(B) = 2$ $d_{in}(C) = 2, d_{out}(C) = 1$ $d_{in}(D) = 0, d_{out}(D) = 1$ $\Sigma d(V) = 8$
Graf yang mempunyai gelung dan berbilang tepi	Graf tak terarah 	$V = \{P, Q, R, S, T\}$ $E = \{(P, T), (P, Q), (Q, R), (Q, R), (Q, S), (S, T), (T, T)\}$	$d(P) = 2, d(Q) = 4$ $d(R) = 2, d(S) = 2$ $d(T) = 4$ $\Sigma d(V) = 14$
	Graf terarah 	$V = \{P, Q, R, S, T\}$ $E = \{(P, Q), (Q, R), (R, Q), (S, Q), (T, S), (T, T), (T, P)\}$	$d_{in}(P) = 1, d_{out}(P) = 1$ $d_{in}(Q) = 3, d_{out}(Q) = 1$ $d_{in}(R) = 1, d_{out}(R) = 1$ $d_{in}(S) = 1, d_{out}(S) = 1$ $d_{in}(T) = 1, d_{out}(T) = 3$ Gelung = 1 Gelung = 1 $(T, P) = 1$ $(T, S) = 1$ $\Sigma d(V) = 14$

	Graf berpemberat	Graf tak berpemberat
Jenis graf	Graf terarah dan graf tak terarah.	Graf terarah dan graf tak terarah.
Tepi	Diberi nilai atau pemberat.	Tiada nilai atau pemberat yang dinyatakan.
Contoh	Tepi mewakili: • jarak di antara dua bandar. • masa yang diambil untuk suatu gerakan. • nilai arus suatu litar elektrik. • kos dan sebagainya.	Tepi mengaitkan maklumat: • hierarki jawatan dalam carta organisasi. • peta alir. • peta pokok. • peta buih.

rraezzz

Subgraf

♥ **Subgraf merupakan sebahagian atau keseluruhan suatu graf yang dilukis semula tanpa mengubah kedudukan asal bucu dan tepi.**

♥ **Suatu graf H dikatakan subgraf kepada graf G jika,**

(a) bucu-bucu graf H ialah subset kepada bucu-bucu graf G, iaitu $V(H) \subset V(G)$.
(b) tepi-tepi graf H ialah subset kepada tepi-tepi graf G, iaitu $E(H) \subset E(G)$.
(c) pasangan bucu setiap tepi graf H adalah sama dengan tepi graf G.

Secara ringkasnya,

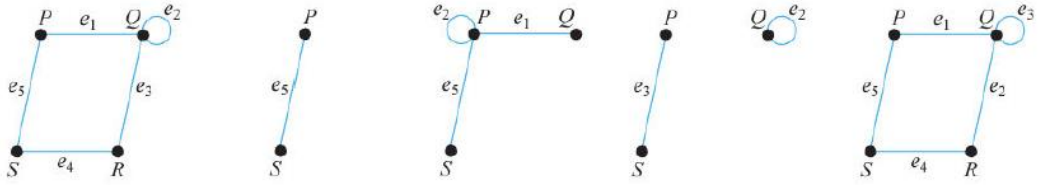
- suatu bucu dalam graf G ialah subgraf bagi graf G.
- suatu tepi dalam graf G bersama bucu-bucu yang dikaitkan ialah subgraf bagi graf G.
- setiap graf ialah subgraf kepada dirinya.

ZON INFORMASI

Simbol $\subset$ juga boleh digunakan untuk subset.

Contoh 9

Tentukan sama ada Rajah 1, Rajah 2, Rajah 3 dan Rajah 4 ialah subgraf bagi graf G.



Graf G | Rajah 1 | Rajah 2 | Rajah 3 | Rajah 4

Penyelesaian:

Rajah 1 – Ya kerana pasangan bucu untuk tepi e_5 adalah sama.
$\{e_5\} \subset \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ dan $\{P, S\} \subset \{P, Q, R, S\}$

Rajah 2 – Tidak kerana kedudukan gelung e_2 bukan pada bucu Q.

Rajah 3 – Tidak kerana tepi yang mengaitkan bucu P dan bucu S adalah bukan e_3.

Rajah 4 – Tidak kerana tepi gelung dan tepi yang mengaitkan bucu Q dan bucu R adalah salah.

rraezzz

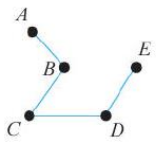
Pokok

Pokok suatu graf ialah subgraf bagi graf tersebut dengan ciri-ciri berikut:

(a) Graf mudah iaitu tanpa gelung atau berbilang tepi.

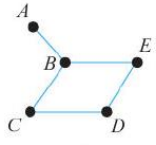
(b) Semua bucu mesti berkait dan setiap pasangan bucu dikaitkan oleh satu tepi sahaja.

(c) Bilangan tepi = bilangan bucu – 1
Bilangan bucu = n
Bilangan tepi = $n - 1$



Rajah 1

Rajah 1 merupakan suatu pokok kerana,
- semua bucu berkait.
- setiap pasangan bucu dikaitkan oleh satu tepi sahaja.
- tidak ada gelung atau berbilang tepi.
- Bucu = 5, Tepi = 4.



Rajah 2

Rajah 2 bukan suatu pokok kerana,
- bucu B dan bucu E boleh dikaitkan dengan dua cara.
  (i) $B \rightarrow E$
  (ii) $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$
- Bucu = 5, Tepi = 5.

Contoh 11

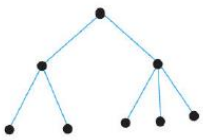
Lukis satu pokok dengan maklumat yang diberi.

(a) Bucu = 6 (b) Bucu = 8 (c) Tepi = 4 (d) Tepi = 9

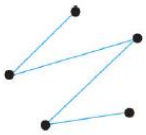
Penyelesaian:

(a) Bucu = 6
Tepi = 5

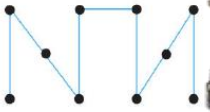
(b) Bucu = 8
Tepi = 7



(c) Tepi = 4
Bucu = 5



(d) Tepi = 9
Bucu = 10



rraezzz